

# عملیات برش

هر روشی که بخشی از تصویر که داخل یا خارج ناحیه یک محدوده معین است را مشخص می کند، **الگوریتم برش** می نامند.

ناحیه ای که عمل برش بر روی آن انجام می شود **پنجره برش** نامیده می شود.

معمولاً عملیات برش برای انتخاب بخشی از تصویر، کپی یا انتقال و یا حذف ناحیه ای مشخص از تصویر، خوش نما سازی خطوط و یا مرزهای اشیاء و ... کاربرد دارد.

# عملیات برش

پنجره برش می تواند یک چندضلعی نامتقارن و یا یک منحنی بسته باشد.

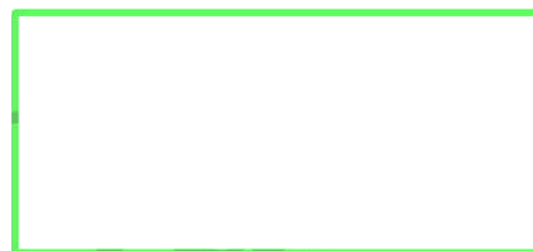
در این آموزش تنها برش را با پنجره برش مستطیل شکل انجام می دهیم.

# عملیات برش

## برش نقطه

فرض کنید پنجره برش ما یک مستطیل در موقعیت استاندارد باشد. اگر برای نقطه ای مورد نظر معادلات زیر برقرار باشند، آن نقطه را برای نمایش ذخیره می کنیم:

$$\begin{cases} xw_{\min} \leq x \leq xw_{\max} \\ yw_{\min} \leq y \leq yw_{\max} \end{cases}$$



که رئوس پنجره مستطیل شکل عبارتند از:  $(xw_{\min}, xw_{\max}, yw_{\min}, yw_{\max})$

# عملیات برش

## برش نقطه

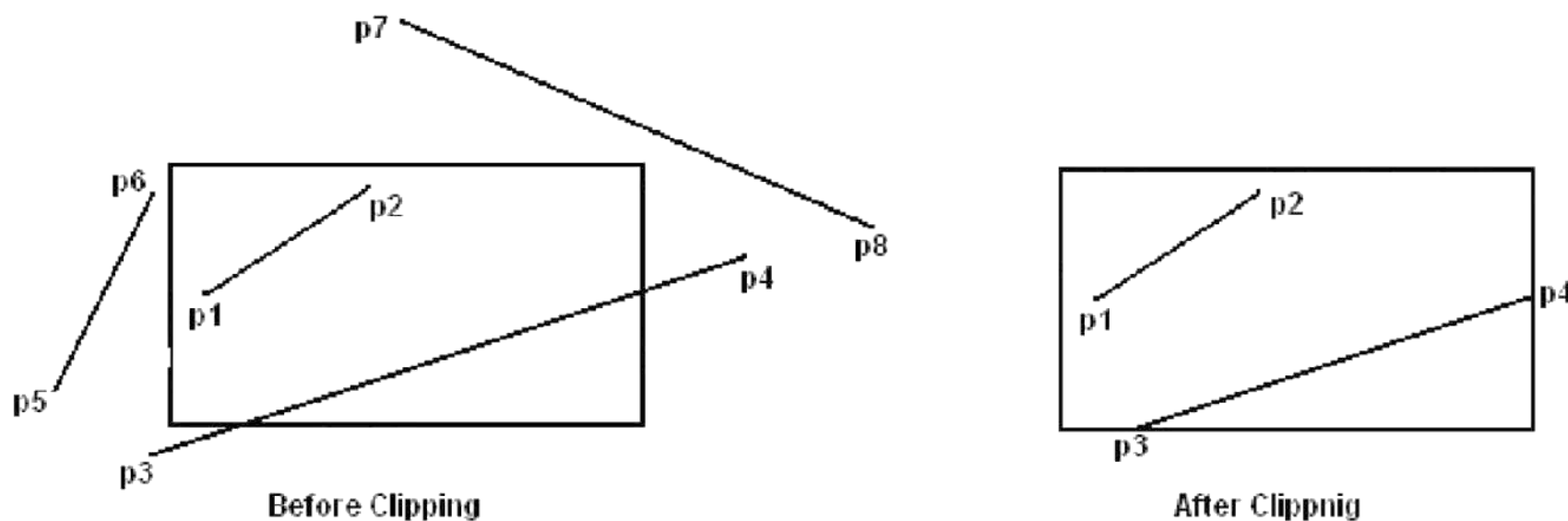
در صورتیکه حتی یکی از چهار معادله فوق نادرست باشد، نقطه  $xw_{\min} \leq x \leq xw_{\max}$  و  $yw_{\min} \leq y \leq yw_{\max}$  نمی شود (نقطه حذف می شود).

با وجود اینکه کاربرد برش نقطه از برش خط کمتر است، ولی در مواردی مانند صحنه های مربوط به انفجار کاربرد دارد.

# عملیات برش

## برش خط

شکل زیر رابطه بین موقعیت خطوط و موقعیت پنجره برش را برای عملیات برش نشان می دهد.



# عملیات برش

## برش خط

مواردی که بایستی بررسی کنیم:

- آیا خط به طور کامل داخل پنجره برش قرار دارد یا نه؟
- آیا خط کاملاً خارج پنجره برش قرار دارد یا نه؟
- کدام بخش از خط، داخل و کدام بخش از خط، خارج پنجره برش قرار دارد؟

هدف بدست آوردن الگوریتمی کارآمد برای حذف خطوط خارج از ناحیه با انجام کمترین محاسبات است.

# عملیات برش

## برش خط

الگوریتم های کارآمدی برای برش خط وجود دارد که مهمترین آنها عبارتند از:

- الگوریتم Cohen-Sutherland
- الگوریتم Cyrus-Beck

# عملیات برش

## الگوریتم Cohen-Sutherland

این الگوریتم به دلیل تعداد کم محاسبات از سرعت اجرای بالایی برخوردار است.

در این روش به هر یک از دو سر انتهایی خط، یک کد دودویی چهار رقمی نسبت داده می شود که این کد موقعیت خط را نسبت به مرزهای مستطیل برش مشخص می کند.





# عملیات برش

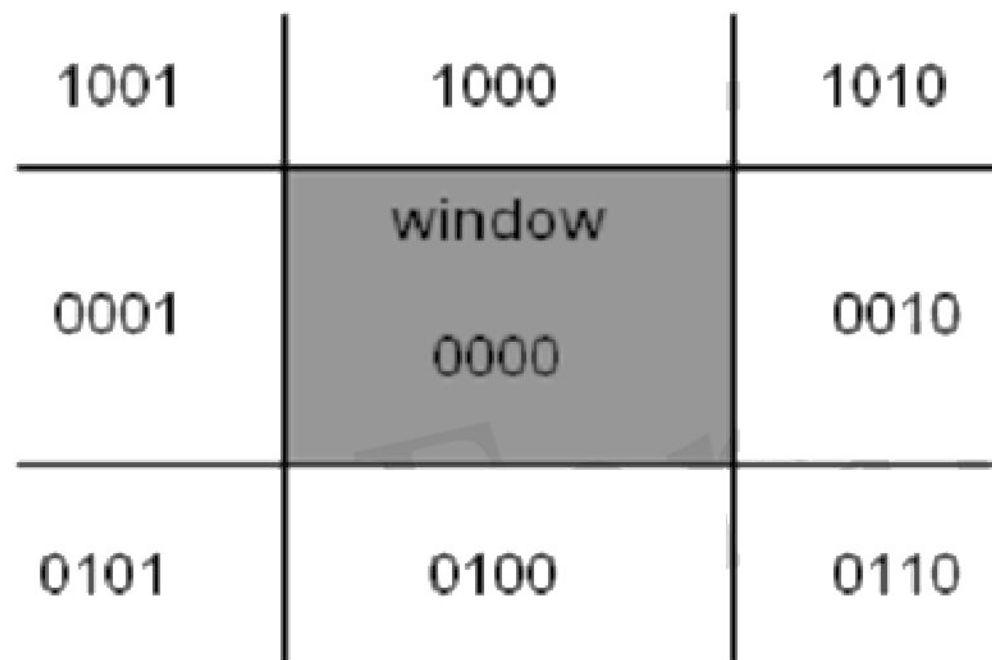
## الگوریتم Cohen-Sutherland

ناحیه ها به صورت زیر کد گذاری میشوند:

1001	1000	1010
0001	window 0000	0010
0101	0100	0110

# عملیات برش

## الگوریتم Cohen-Sutherland



Bit 4	Bit 3	Bit 2	Bit 1
-------	-------	-------	-------

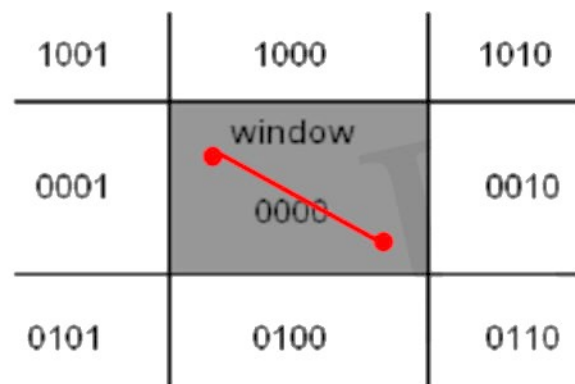
if  $x < x_{\min}$  Bit1=1  
if  $x > x_{\max}$  Bit2=1  
if  $y < y_{\min}$  Bit3=1  
if  $y > y_{\max}$  Bit4=1

# عملیات برش

## الگوریتم Cohen-Sutherland

با این کد گذاری میتوان براحتی وضعیت خط را نسبت به مستطیل برش تشخیص داد.

الف) خط داخل مستطیل برش است: زمانی که کد مربوط به انتهای هر دو سر خط برابر ۰۰۰۰ باشد، این خطوط بدون انجام محاسبات ریاضی پذیرفته میشوند.



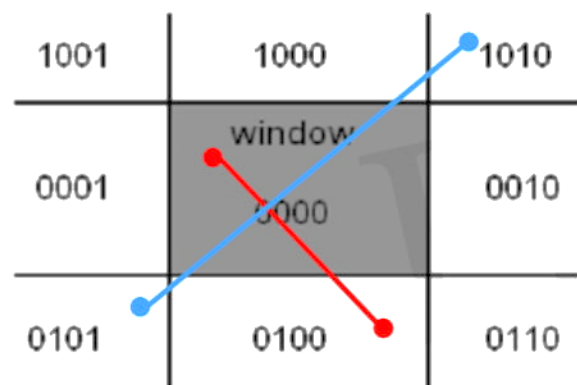
برای تست این شرط میتوان کد مربوط به دو انتهای خط را با هم OR کرد اگر نتیجه ۰۰۰۰ بود، خط تماماً داخل ناحیه برش است.

$$A=0000 \text{ OR } B=0000 \longrightarrow 0000$$

# عملیات برش

## الگوریتم Cohen-Sutherland

ب) خط خارج ناحیه برش است: زمانی که حداقل یک بیت ۱ در یک مکان مشخص در کد هر دو انتهای خط یافت شود، این خطوط بدون انجام محاسبات ریاضی حذف میشوند.



برای تست این شرط میتوان کد مربوط به دو انتهای خط را با هم AND کرد اگر نتیجه چیزی غیر از ۰۰۰۰ بود خط تماماً خارج ناحیه برش است.

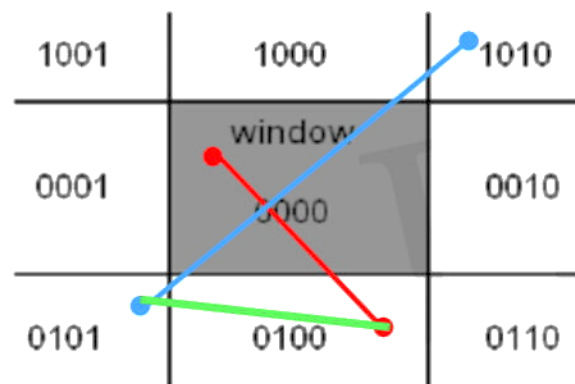
$$A=0000 \text{ AND } C=0100 \longrightarrow 0000$$

$$D=0101 \text{ AND } E=1010 \longrightarrow 0000$$

# عملیات برش

## الگوریتم Cohen-Sutherland

ب) خط خارج ناحیه برش است: زمانی که حداقل یک بیت ۱ در یک مکان مشخص در کد هر دو انتهای خط یافت شود، این خطوط بدون انجام محاسبات ریاضی پذیرفته میشوند.



برای تست این شرط میتوان کد مربوط به دو انتهای خط را با هم AND کرد اگر نتیجه چیزی غیر از ۰۰۰۰ بود خط تماماً خارج ناحیه برش است.

$$D=0101 \text{ AND } C=0100 \longrightarrow 0100$$

# عملیات برش

## الگوریتم Cohen-Sutherland

ج ( بخشی از خط داخل و بخشی از خط خارج ناحیه برش است: هر حالتی به جز حالات بالا.

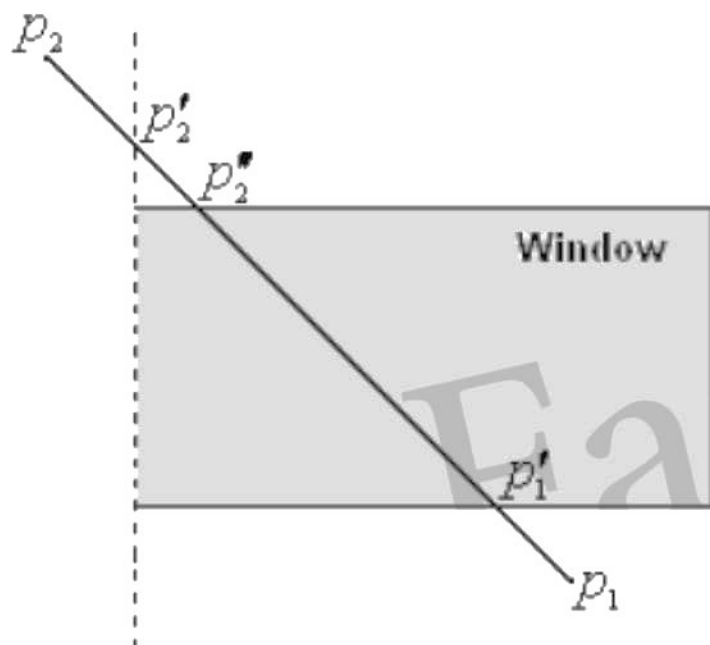
در این حالت برای اینکه موقعیت خط را نسبت به مستطیل تشخیص دهیم نیاز به یک سری محاسبات ریاضی داریم.

1001	1000	1010
0001	window 0000	0010
0101	0100	0110

# عملیات برش

## الگوریتم Cohen-Sutherland

برای درک عملکرد این الگوریتم، مثال شکل زیر را در نظر بگیرید:



با کدگذاری انتهای خط مشخص میشود خط به طور کامل داخل یا خارج مستطیل برش قرار ندارد و در شرایط اول و دوم صدق نمیکند.

# عملیات برش

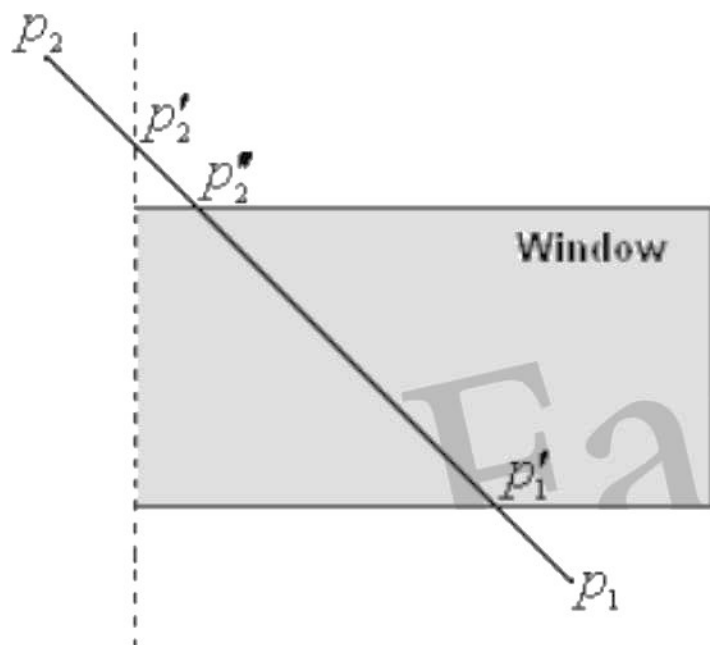
## الگوریتم Cohen-Sutherland

برای برش خط نیاز به یک سری محاسبات ریاضی داریم:

برای پیدا کردن نقاط تقاطع میتوان از فرمول شیب خط استفاده کرد.

برای خطی با نقاط انتهایی  $(x_1, y_1)$  و  $(x_2, y_2)$ ، فرمول خط به صورت  $y = y_1 + m(x - x_1)$  است، که مقدار  $m$  بصورت

روبرو محاسبه میشود:  $m = (y_2 - y_1) / (x_2 - x_1)$





# عملیات برش

## الگوریتم Cohen-Sutherland

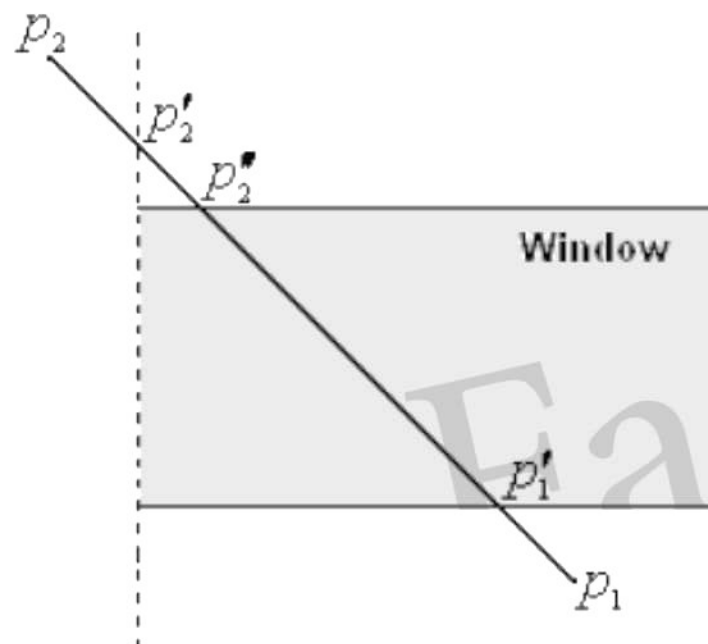
برای نقاط انتهایی شرایط زیر را بررسی میکنیم:

$$x_p \geq xw_{\min} \quad \text{else} \quad P' : y = m.xw_{\min} + b$$

$$x_p \leq xw_{\max} \quad \text{else} \quad P' : y = m.xw_{\max} + b$$

$$y_p \geq yw_{\min} \quad \text{else} \quad P' : yw_{\min} = m.x + b$$

$$y_p \leq yw_{\max} \quad \text{else} \quad P' : yw_{\max} = m.x + b$$



# عملیات برش

## الگوریتم Cohen-Sutherland

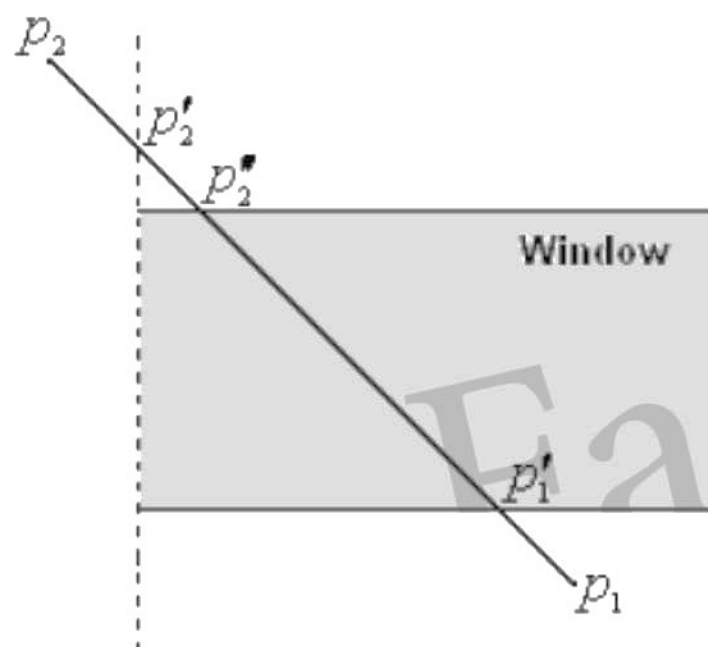
ابتدا  $P_1$  را با چهار ضلع مستطیل برش مقایسه میکنیم.

نتیجه میگیریم که  $P_1$  در پایین مستطیل قرار دارد.  $x_p$

بنابراین  $P_1$  را که نقطه تقاطع خط با مستطیل برش

است را پیدا میکنیم.  $y_p \geq y_{w_{min}}$  else  $P'$

این کار برای نقطه  $P_2$  نیز انجام میشود.  $y_p \leq y_{w_{max}}$



# عملیات برش

## الگوریتم Cohen-Sutherland

مزیت این الگوریتم محاسبات کم و عیب آن کار کردن تنها با ناحیه برش مستطیل شکل است.

# عملیات برش

## الگوریتم Cyrus - Beck

این الگوریتم یکی از الگوریتم های سریع برای برش خط است که بر پایه معادلات پارامتری خط توسعه یافته است.

معادله خط در دستگاه دکارتی به سه صورت نوشته میشود:

الف ) معادله خط بر اساس شیب و عرض از مبدأ آن:  $y = mx + b$

ب ) معادله ضمنی خط:  $Ax + By + C = 0$

ج ) معادله پارامتری خط:  $P(t) = P_0 + (P_1 - P_0)t$

# عملیات برش

## الگوریتم Cyrus - Beck

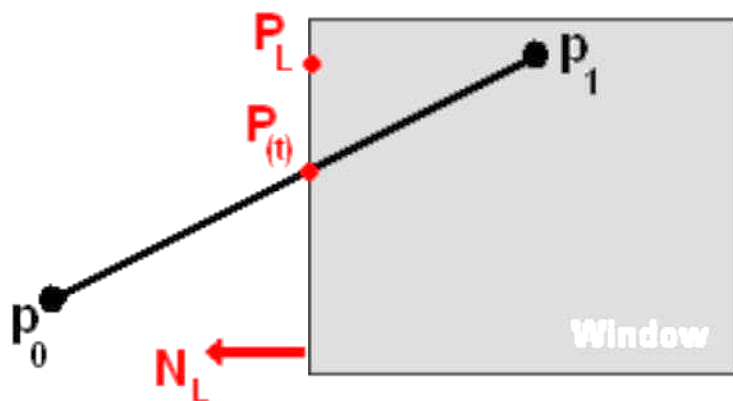
معادله پارامتری  $P(t) = P_0 + (P_1 - P_0)t$  بر اساس دو نقطه ابتدایی و انتهایی آن نوشته میشود که در آن  $P$  یک بردار به صورت  $[x,y]$  است.

بنابراین میتوان معادله خط را به صورت دو معادله زیر هم نوشت:

$$\begin{cases} x = x_0 + (x_1 - x_0)t \\ y = y_0 + (y_1 - y_0)t \end{cases}$$

# عملیات برش

## الگوریتم Cyrus - Beck



برای درک این الگوریتم مراحل زیر را گام به گام انجام می‌دهیم:

(۱) معادله پارامتری خط را می‌نویسیم.

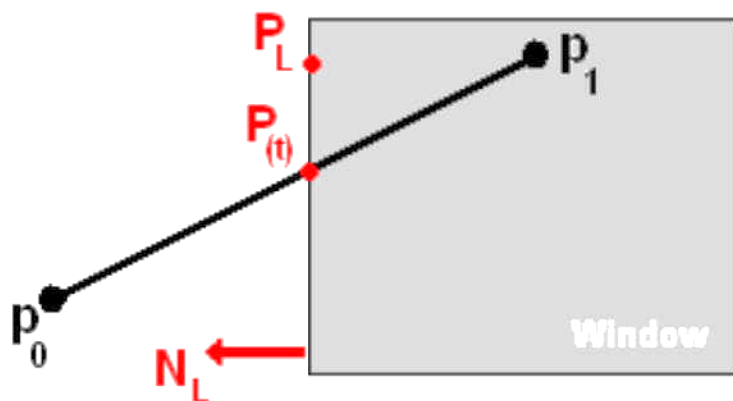
(۲) برای هر ضلع مستطیل برش دو پارامتر زیر را بدست می‌آوریم:

a. بردار عمود بر ضلع  $N_L$  که می‌تواند یکی از مقادیر روبرو را اختیار کند:  $(1, 0)$ ,  $(0, 1)$ ,  $(-1, 0)$ ,  $(0, -1)$

b. یک نقطه بر روی ضلع  $P_L$

# عملیات برش

## الگوریتم Cyrus - Beck



(۳) با توجه به اینکه بردارهای  $N_L$  و  $P(t) - P_L$  بر هم عمودند داریم:

$$N_L \bullet (P(t) - P_L) = 0$$

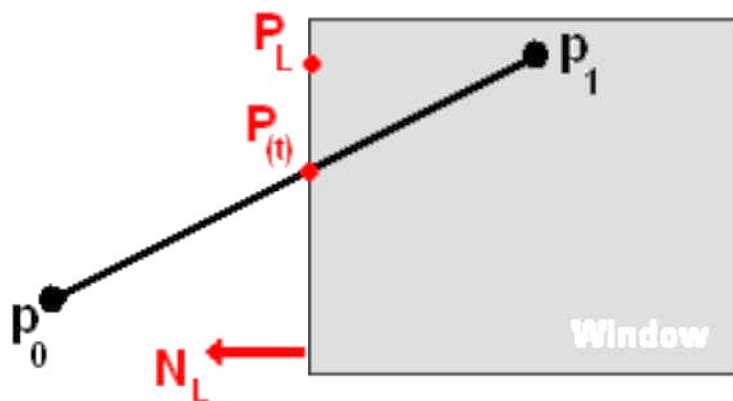
(۴) مقدار  $P(t)$  را در فرمول بالا جایگزین می کنیم و سپس

مقدار  $t$  را به صورت زیر به دست می آوریم:

$$t = \frac{N_L \bullet (P_0 - P_L)}{-N_L \bullet (P_1 - P_0)}$$

# عملیات برش

## الگوریتم Cyrus - Beck



(۵) مقدار  $t$  را از رابطه بالا برای تمام نقاط مشترک خط و ضلع های مستطیل برش بدست می آوریم.

(۶) بر اساس مقدار  $t$  داریم:

a. تمام  $t < 0$  یا  $t > 1$  رد میشوند.

b. نقاط اشتراکی باقیمانده را رده بندی میکنیم.

i. نقاط مستعد برای داخل بودن (PE)

ii. نقاط مستعد برای خارج بودن (PL)

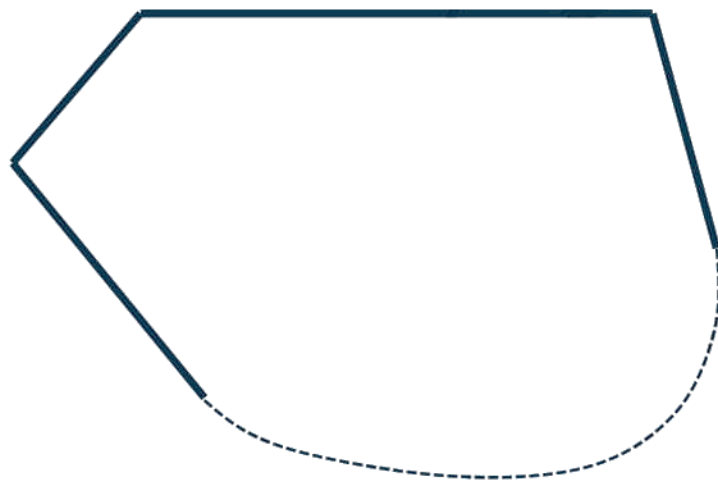
$$N_L [P_1 - P_0] < 0$$

$$N_L [P_1 - P_0] > 0$$

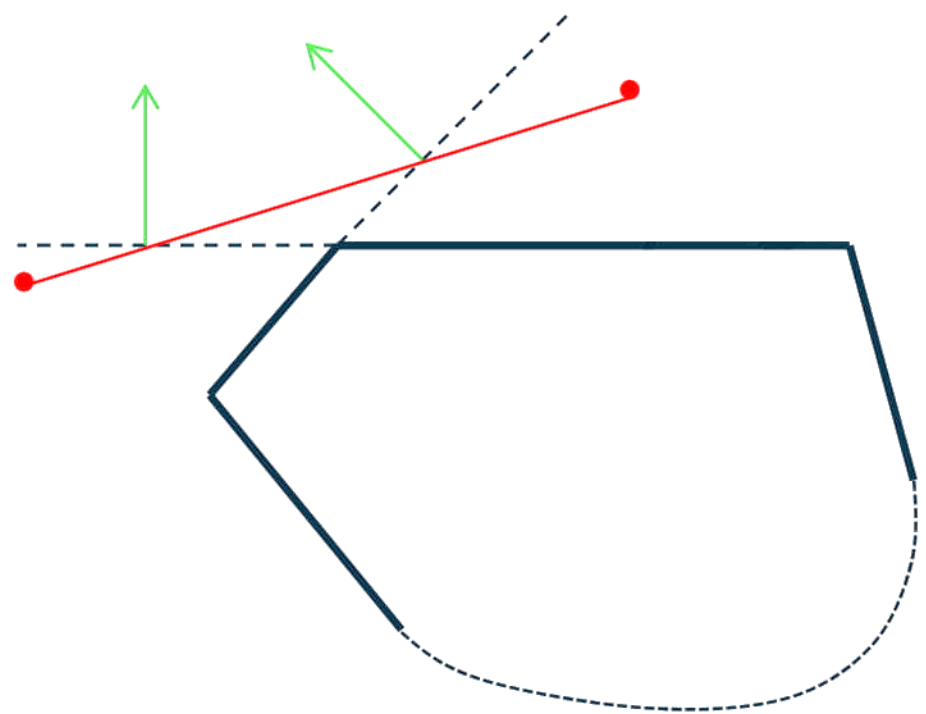


# عملیات برش

الگوریتم Cyrus - Beck



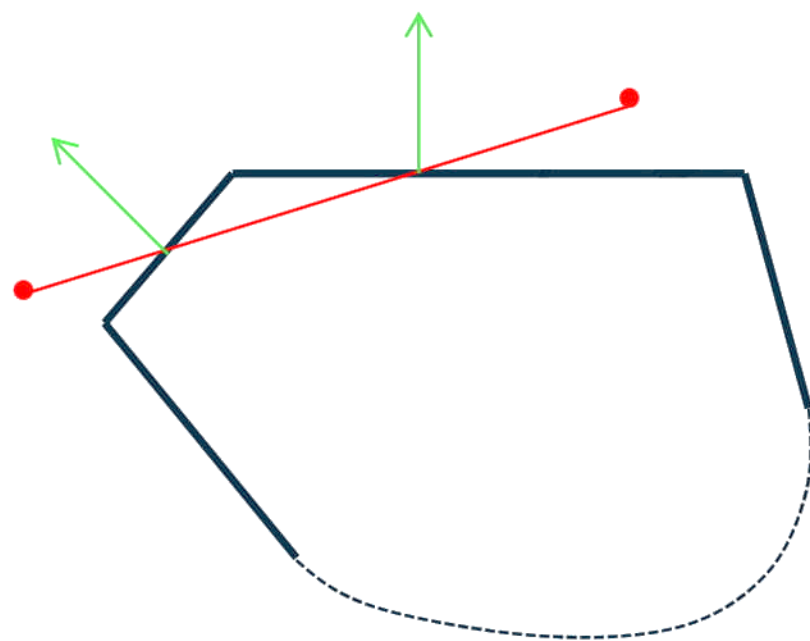
# عملیات برش



الگوریتم Cyrus - Beck

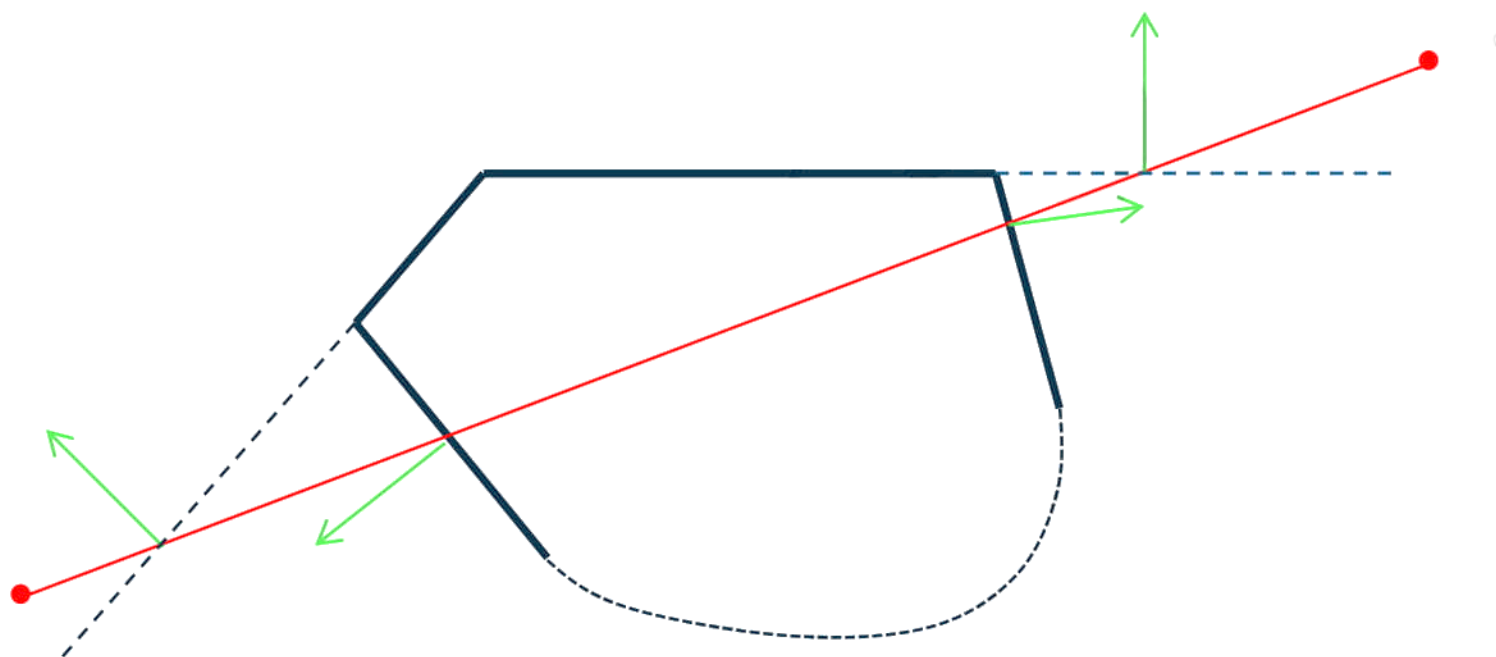
# عملیات برش

## الگوریتم Cyrus - Beck



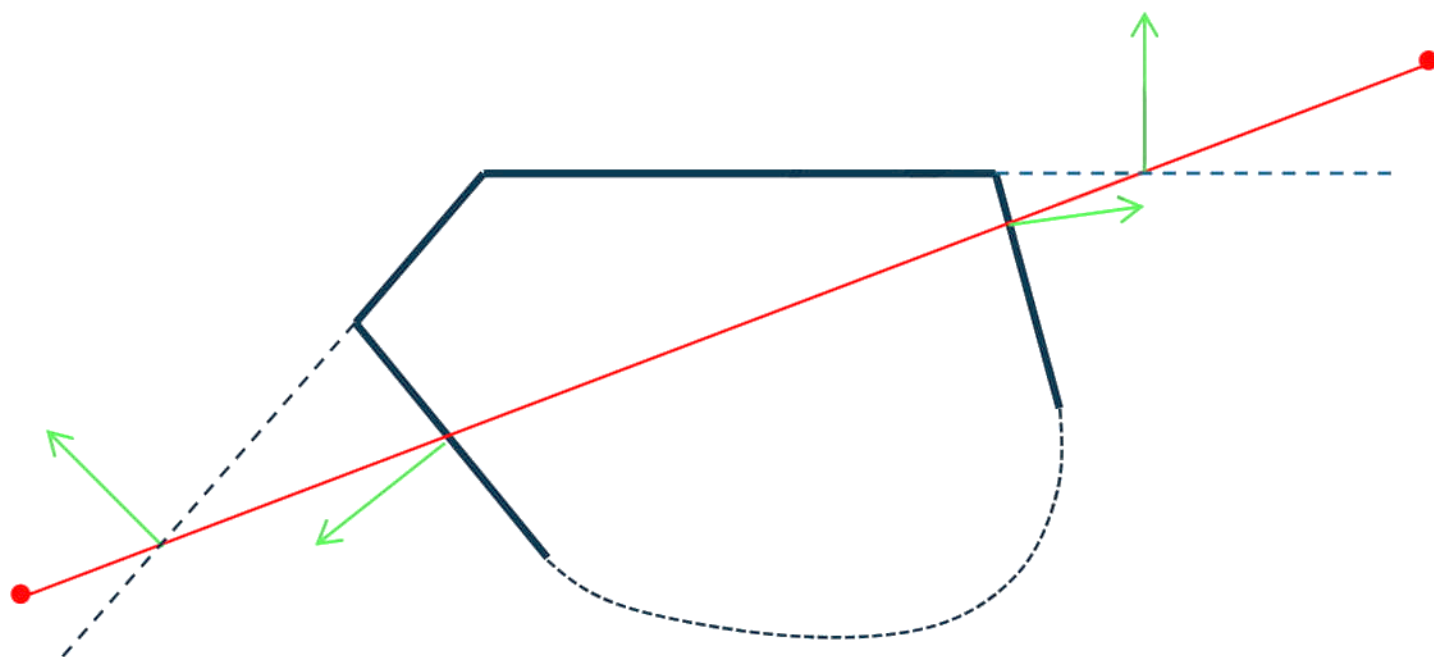
# عملیات برش

## الگوریتم Cyrus - Beck



# عملیات برش

## الگوریتم Cyrus - Beck



( $\gamma$ ) در این مرحله کمترین مقدار  $L$  و بیشترین مقدار  $E$  را پیدا و مقدار  $t$  آنها را در معادله پارامتری خط جایگزین کرده و خط بین نقاط حاصل را به عنوان برشی از خط اولیه رسم می کنیم.