

فصل چهارم

شاخص‌های مرکزی

هدف‌های یادگیری

۱. سه شاخص مرکزی که دارای بیشترین استفاده است را نام ببرد.
۲. نمای یک توزیع فراوانی را تعریف و تعیین کند.
۳. میانه را در مجموعه‌ای از اعداد محاسبه و تعیین کند.
۴. میانگین را در مجموعه‌ای از اعداد محاسبه و تعیین کند.
۵. ارتباط بین شاخص‌های مرکزی در توزیع‌های متقارن و نامتقارن بیان کند.
۶. ویژگی‌های شاخص‌های مرکزی را بیان کند.

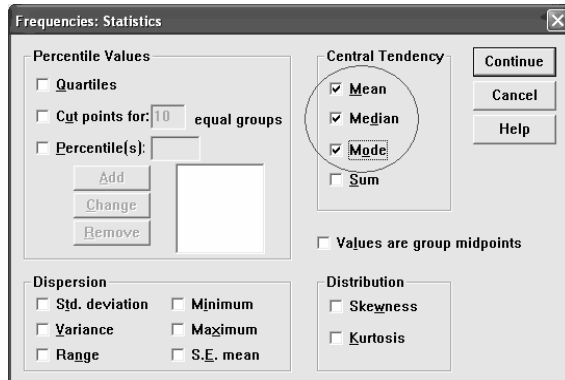
اصول مرکزی

اگر پژوهشگری بخواهد، با استناد به یک نمره واحد، چگونگی تمرکز نمرات یک گروه (نمونه) را مشخص کند از اندازه‌های گرایش مرکزی استفاده می‌کند. بنابراین شاخص‌های گرایش مرکزی، شاخص‌هایی هستند که با استفاده از آن‌ها مجموعه‌ای از اطلاعات در یک اندازه یا عدد که نماینده آن مجموعه است خلاصه می‌شود. این شاخص‌ها عبارتند از نما، میانه و میانگین.

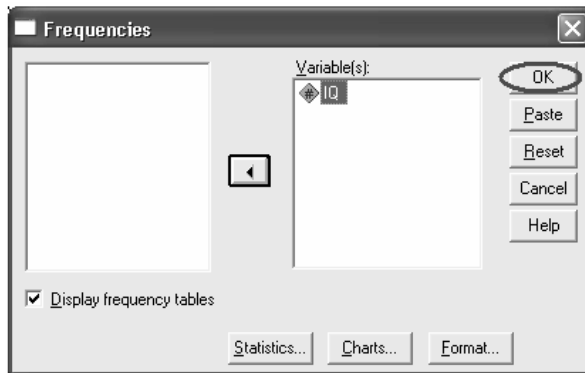
برای محاسبه شاخص‌های مرکزی در Spss مراحل زیر را انجام دهید:

```
Analyze  
  Descriptive Statistics  
    Frequencies...  
      Statistics...  
        Mode/Mean/Median
```

بعد از اجرای این فرمان شکل زیر ظاهر می‌شود:



در پنجره ظاهر شده گزینه (Mean/Median/Mode) را انتخاب کنید و سپس (continue) را کلیک کنید با کلیک بر روی گزینه (Continue) به پنجره (Frequencies) باز می‌گردیم:



سپس در پنجره (Frequencies) گزینه (OK) را کلیک کنید و نتایج آمار توصیفی (نما، میانه و میانگین) ظاهر خواهد شد. اکنون به منظور آشنایی بیشتر به معرفی هر یک از شاخص‌های مذکور می‌پردازیم.

نما^۱

نما در یک مجموعه داده‌ها، به عددی گفته می‌شود که بیشترین تکرار یا فراوانی را دارا باشد. برای این کار ابتدا میانه (Mn) و میانگین (\bar{X}) را محاسبه و سپس با قرار دادن مقادیر به‌دست آمده در فرمول مقدار (MO) مشخص می‌شود. (پاشا شریفی نجفی زند، ۱۳۷۵)

1. Mode

$$MO = 3Mn - 2\bar{X}$$

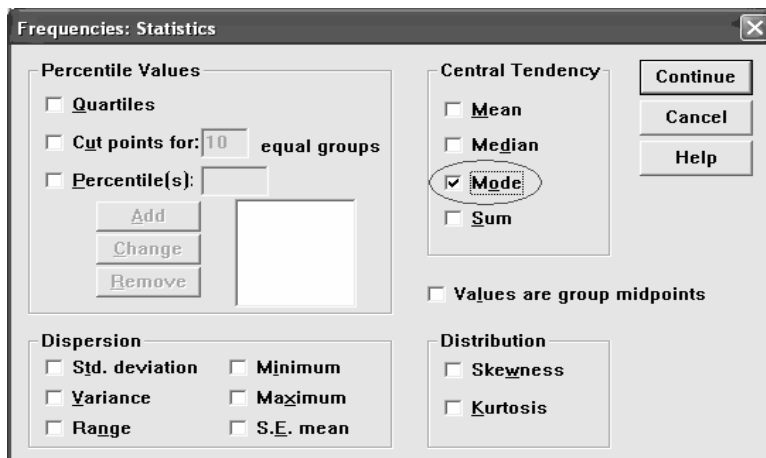
مثال: نمره‌های هوش ۵۰ دانش‌آموز در زیر آمده است معرف بهره هوشی دانش‌آموزان شرکت‌کننده در تحقیق کدام نمره است:

۱۲۰	۱۰۵	۱۱۳	۱۲۰	۱۲۵
۱۱۲	۱۲۵	۱۲۵	۱۱۲	۱۲۴
۱۱۰	۱۲۴	۱۲۴	۱۱۰	۱۱۳
۱۲۳	۱۱۳	۱۱۳	۱۲۳	۱۰۶
۱۰۵	۱۰۶	۱۰۶	۱۰۶	۱۲۸
۱۲۵	۱۲۸	۱۲۸	۱۲۸	۱۰۵
۱۲۴	۱۲۰	۱۰۵	۱۲۰	۱۲۵
۱۱۳	۱۱۲	۱۲۵	۱۱۲	۱۲۴
۱۰۶	۱۱۰	۱۲۴	۱۱۰	۱۱۳
۱۲۸	۱۲۳	۱۱۳	۱۲۳	۱۰۶

برای محاسبه نما در Spss مراحل زیر را انجام دهید:

Analyze
 Descriptive Statistics
 Frequencies...
 Statistics...
 Mode

بعد از اجرای این فرمان شکل زیر ظاهر می‌شود:



در پنجره ظاهر شده گزینه (Mode) را انتخاب و گزینه (Continue) را کلیک کنید و سپس در پنجره (Frequencies) گزینه (OK) را کلیک نموده تا نتایج به صورت خروجی زیر مشاهده گردد:

Frequencies

Statistics

IQ		
N	Valid	50
	Missing	0
Mode		113

IQ

		Frequency	Percent	Valid Percent	Cumulative Percent	
Valid	105	4	8.0	8.0	8.0	
	106	6	12.0	12.0	20.0	
	110	4	8.0	8.0	28.0	
	112	4	8.0	8.0	36.0	
	113	7	14.0	14.0	50.0	
	120	4	8.0	8.0	58.0	
	123	4	8.0	8.0	66.0	
	124	6	12.0	12.0	78.0	
	125	6	12.0	12.0	90.0	
	128	5	10.0	10.0	100.0	
	Total		50	100.0	100.0	

چنان‌که مشاهده می‌شود طبقه نمایی، طبقه ۱۱۳ است یعنی نمره هوش اکثریت دانش‌آموزان شرکت‌کننده در تحقیق، ۱۱۳ است.

میانه^۱

نقطه‌ای است در روی مقیاس نمرات یا توزیع نمرات که نصف بالا و نصف پایین نمرات را از یکدیگر جدا می‌کند به عبارت دیگر میانه نقطه‌ای است که ۵۰ درصد نمرات در بالای آن و ۵۰ درصد نمرات در پایین آن قرار دارد.

بنابراین میانه عددی است که جمعیت مورد مطالعه را از لحاظ توانایی یا گروهی مورد سنجش به دو نیمه تقسیم می‌کند.

1. Median

$$md = L + \frac{\frac{N}{2} - cf}{f}(i)$$

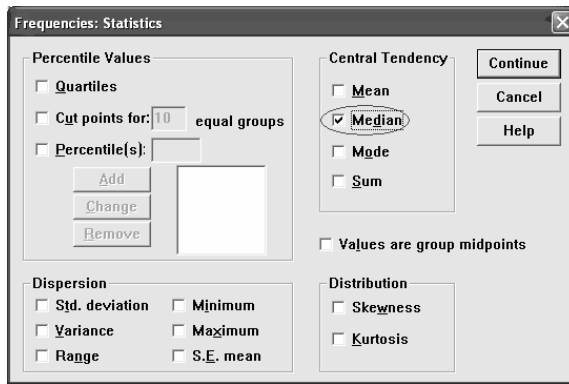
مثال: اضافه کار ۲۰ کارمند بر حسب تومان به ترتیب زیر است میانه دستمزدها چقدر است؟

۲۹۰-۲۶۰-۲۵۰-۲۰۰-۱۹۰-۱۸۰-۱۵۰-۱۵۰-۱۵۰-۱۴۰
۱۵۰-۳۰۰-۳۰۰-۳۰۰-۳۰۰-۱۹۰-۱۹۰-۲۵۰-۲۵۰-۲۵۰

برای محاسبه میانه در Spss مراحل زیر را انجام دهید:

Analyze
 Descriptive Statistics
 Frequencies...
 Statistics...
 Median

بعد از اجرای این فرمان شکل زیر ظاهر می‌شود:



در پنجره ظاهر شده گزینه (Median) را انتخاب و گزینه (Continue) را کلیک کنید سپس در پنجره (Frequencies) گزینه (OK) را کلیک نموده تا نتایج به صورت خروجی زیر مشاهده گردد:

Statistics

اضافه کار

N	Valid	20
	Missing	0
Median		225.0000

نقطه میانه عدد ۲۲۵ تومان است یعنی ۵۰ درصد از کارمندان اضافه کار بالای ۲۲۵ و ۵۰ درصد دیگر اضافه کار زیر ۲۲۵ تومان دارند.

میانگی^۱

کمیتی است که مقدار متوسط و یا به عبارت دیگر مرکز ثقل داده‌های به دست آمده را نشان می‌دهد.

میانگین از طریق جمع کردن تمام نمرات و تقسیم حاصل جمع بر تعداد کل نمره‌ها، به دست می‌آید. (دلاور، ۱۳۸۰:۱۱۸)

$$\bar{X} = \frac{\sum X}{N}$$

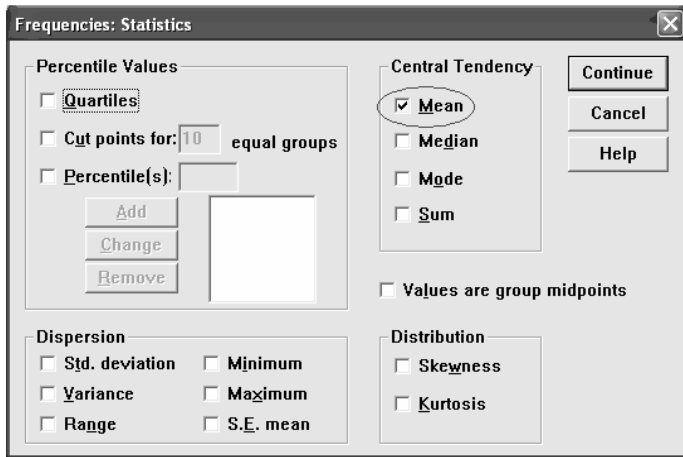
مثال: نمرات آزمون ریاضی ۱۰ دانش‌آموز کلاس اول دبستان در زیر آمده است میانگین نسبی این دانش‌آموزان چقدر است؟

نمره ریاضی	دانش‌آموز
۱۹	۱
۱۳	۲
۱۷	۳
۱۶	۴
۱۲	۵
۱۸	۶
۱۶	۷
۱۵	۸
۱۱	۹
۲۰	۱۰

برای محاسبه میانگین در Spss مراحل زیر را انجام دهید:

```
Analyze  
  Descriptive Statistics  
    Frequencies...  
      Statistics...  
        Mean
```

بعد از اجرای این فرمان شکل زیر ظاهر می‌شود:



در پنجره ظاهر شده گزینه (Mean) را انتخاب نمایید و سپس (Continue) را کلیک کنید و سپس در پنجره (Frequencies) گزینه (OK) را کلیک نموده تا نتایج به صورت زیر آشکار گردد:

Frequencies

Statistics

math

N	Valid	10
	Missing	0
Mean		15.70

math

	Frequency	Percent	Valid Percent	Cumulative Percent
Valid 11	1	10.0	10.0	10.0
12	1	10.0	10.0	20.0
13	1	10.0	10.0	30.0
15	1	10.0	10.0	40.0
16	2	20.0	20.0	60.0
17	1	10.0	10.0	70.0
18	1	10.0	10.0	80.0
19	1	10.0	10.0	90.0
20	1	10.0	10.0	100.0
Total	10	100.0	100.0	

مقایسه ۱ ص‌های مرکزی کاربرد آنها

مقادیر گرایش مرکزی و کاربرد آنها در مورد داده‌های با مقیاس فاصله‌ای و نسبی تا اندازه زیادی با چگونگی توزیع داده‌ها بستگی دارد. توزیع داده‌ها ممکن است به صورت پراکندگی بهنجار (طبیعی) باشد و یا نباشد در صورتی که اندازه‌های گرایش مرکزی را برای توزیع فراوانی جدول زیر محاسبه کنیم ارزش‌های مختلفی برای مقایسه آنها وجود دارد.

۱۸	۱۷	۱۶
۲۰	۱۷	۱۴
۱۶	۱۶	۱۴
۱۶	۱۷	۱۶
۱۸	۱۶	۱۴
۱۷	۱۵	۱۲
۱۸	۱۶	۱۶
۱۸	۱۶	۱۲

برای بررسی اندازه‌های گرایش مرکزی در Spss مراحل زیر را انجام دهید:

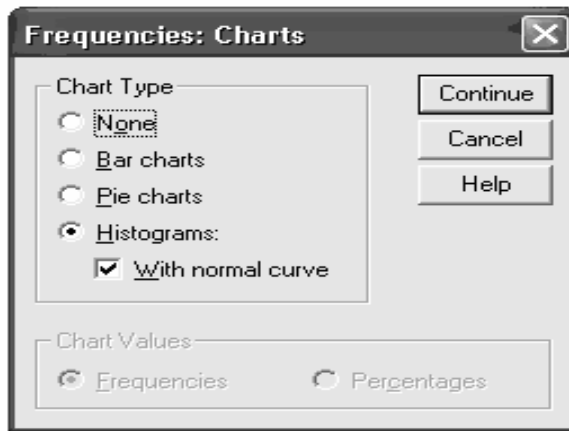
Analyze

Descriptive Statistics

Frequencies...

Charts...

Histograms



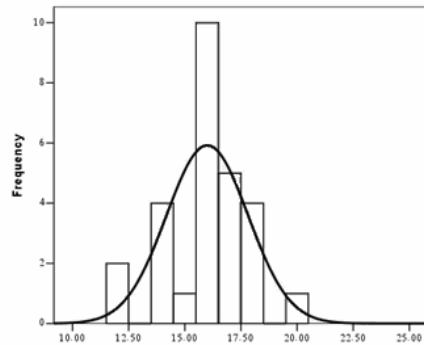
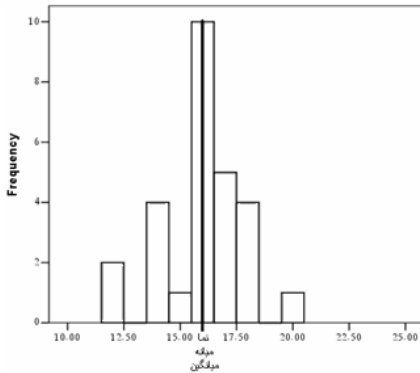
با انجام مراحل مذکور نتایج به صورت زیر آشکار می‌گردد:

	Frequency	Percent	Valid Percent	Cumulative Percent
Valid 12.00	2	7.4	7.4	7.4
14.00	4	14.8	14.8	22.2
15.00	1	3.7	3.7	25.9
16.00	10	37.0	37.0	63.0
17.00	5	18.5	18.5	81.5
18.00	4	14.8	14.8	96.3
20.00	1	3.7	3.7	100.0
Total	27	100.0	100.0	

Statistics

VAR00001

N	Valid	27
	Missing	7
Mean		16.0000
Median		16.0000
Mode		16.00



چنان‌که ملاحظه می‌شود در توزیع بهنجار میانگین، میانه و نما با هم برابرند بنابراین ارزش کاربرد هر سه آن‌ها به‌عنوان شاخص گرایش مرکزی یکسان است. اما اگر پراکندگی داده‌ها بهنجار نباشد در این صورت میانگین، میانه و نما برابر نخواهد بود و گفته می‌شود که منحنی دارای کجی یا کشیدگی است.

اندازه‌های گرایش مرکزی برای توزیع فراوانی جدول زیر یک کجی منفی، است میانگین کوچک‌تر از میانه و نما است. زیرا نمرات خیلی پایین، میانگین را به سمت پایین کشیده‌اند.

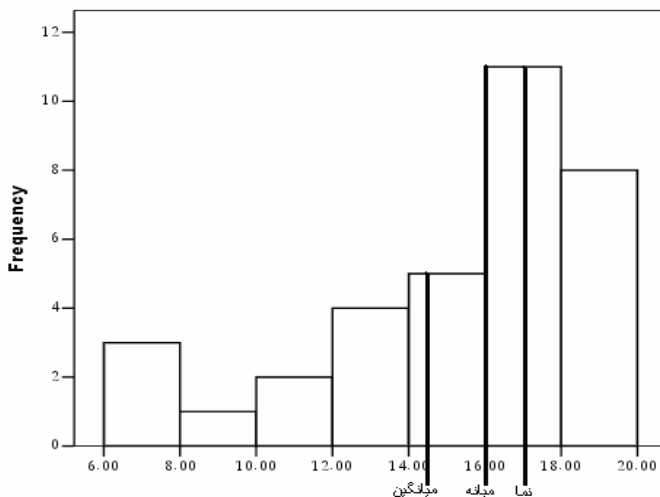
۲۰	۱۷	۱۴	۹
۲۰	۱۷	۱۴	۷
۲۰	۱۷	۱۴	۷
۱۸	۱۷	۱۴	۷
۱۸	۱۶	۱۲	
۱۸	۱۶	۱۲	
۱۸	۱۶	۱۲	
۱۸	۱۶	۱۲	
۱۷	۱۶	۱۱	
۱۷	۱۴	۱۰	

Statistics

VAR00001

N	Valid	34
	Missing	0
Mean		17.0809
Median		16.7500
Mode		16.00

Histogram



اندازه‌های گرایش مرکزی برای توزیع فراوانی جدول زیر یک کجی مثبت است
نما کوچک‌تر از میانه و میانگین است.

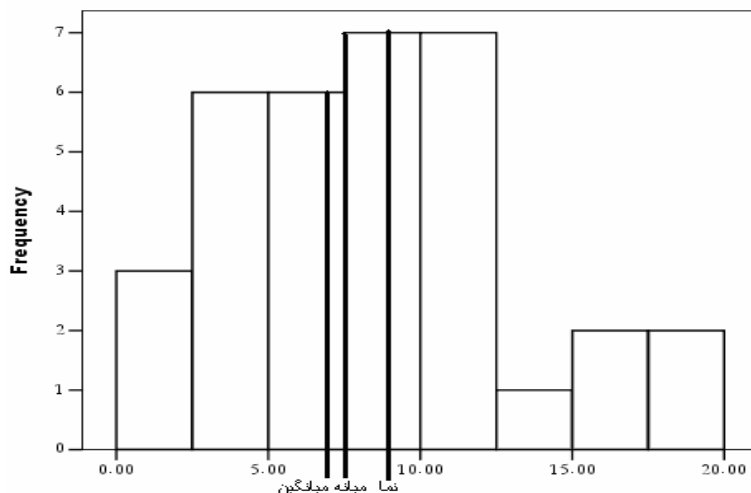
۱۷/۵	۰	۸	۹
۶	۱۲	۱۰	۹
۹	۹	۲	۷
۱۷	۱۲	۱۰	۷
۱۶	۳/۲۵	۴/۲۵	
۶	۱۱	۲/۵	
۷	۱۱	۸/۵	
۶	۳	۱۹/۲۵	
۱۴	۱۰	۹	
۲	۹	۳	

Statistics

VAR00003

N	Valid	34
	Missing	0
Mean		8.3309
Median		8.7500
Mode		9.00

Histogram



در زیر به طور خلاصه کاربرد هر یک از شاخص‌های مرکزی ذکر شده است:

الف) میانگین

۱. هنگامی که داده‌ها از مقیاس فاصله‌ای و نسبی هستند.
۲. توزیع داده‌ها بهنجار است.
۳. بخواهیم مرکز ثقل داده‌ها را بدانیم.
۴. هنگامی که معتبرترین اندازه گرایش مرکزی مورد نیاز است.
۵. زمانی که پژوهشگر علاقه‌مند باشد که ارزش عددی همه نمره‌ها در محاسبه دخالت داشته باشد.

ب) میانه

۱. داده‌ها دارای مقیاس رتبه‌ای باشند.
۲. پراکندگی داده‌ها دارای کجی زیاد است.
۳. وقتی به عددی که در وسط توزیع قرار دارد، نیاز باشد.
۴. ثبات میانه از میانگین کمتر ولی از نما بیشتر است.

ج) نما (مد)

۱. وقتی داده‌ها دارای مقیاس اسمی است.
۲. بخواهیم یک برآورد فوری از شاخص گرایش مرکزی داشته باشیم.
۳. وقتی که پژوهشگر علاقه‌مند باشد که عددی را که بیشترین تکرار دارد پیدا کند.
(دلاور، ۱۳۸۰: ۱۴۳)

د) آزمایی

۱. سه شاخص مرکزی که دارای بیشترین استفاده است را نام ببرید.
۲. نما را تعریف و نمای نمرات زیر را تعیین کنید.

۲۰	۱۷	۱۴	۹
۲۰	۱۷	۱۴	۷
۲۰	۱۷	۱۴	۷
۱۸	۱۷	۱۴	۷
۱۸	۱۶	۱۲	
۱۸	۱۶	۱۲	
۱۸	۱۶	۱۲	
۱۸	۱۶	۱۲	
۱۷	۱۶	۱۱	
۱۷	۱۴	۱۰	

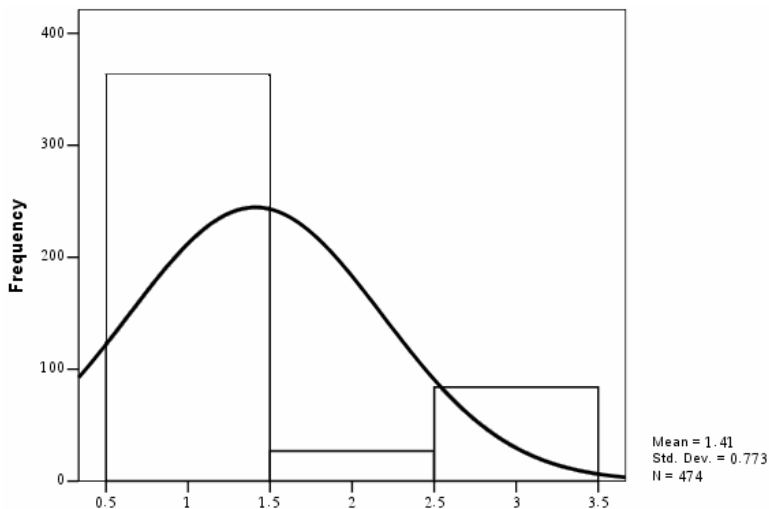
۳. میانه مجموعه اعداد زیر محاسبه کنید.

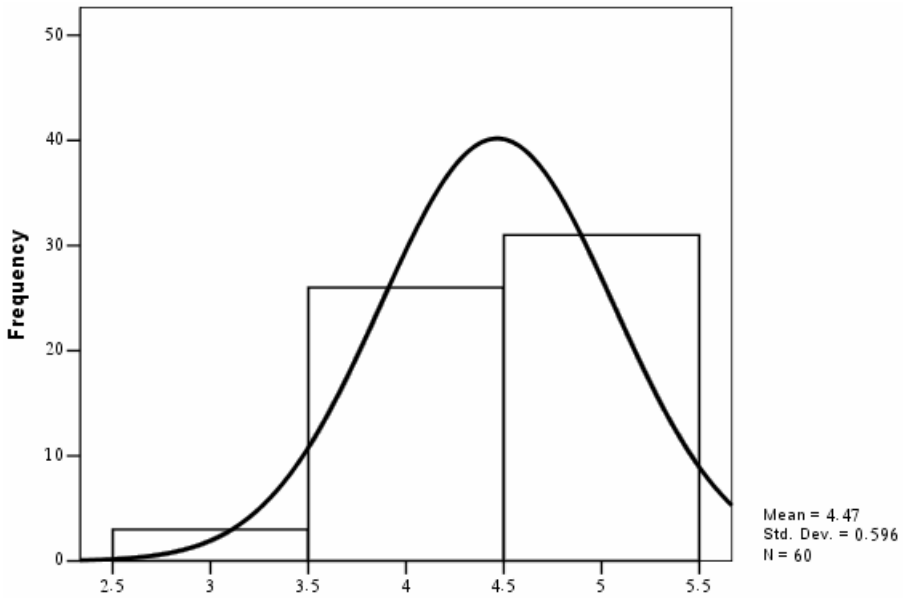
۱۶	۲۷	۱۴	۲۳	۱۶	۱۷	۱۵	۲۷	۲۵	۱۵	۲۴	۱۷
۲۳	۱۷	۱۶	۲۴	۲۷	۲۸	۲۵	۱۷	۱۵	۱۹	۲۷	۲۸
۲۴	۲۸	۲۷	۲۷	۱۷	۳۰	۲۶	۲۸	۱۹	۲۳	۱۷	۳۰
۲۷	۳۰	۱۷	۱۷	۲۸	۱۴	۱۶	۳۰	۲۳	۲۵	۲۸	۱۴
۱۷	۱۴	۲۸	۲۸	۳۰	۱۶	۲۳	۱۴	۲۸	۲۶	۳۰	۱۶
۲۸	۱۶	۳۰	۳۰	۱۴	۱۷	۲۴	۲۴	۳۰	۱۶	۱۴	۲۷

۴. در جدول زیر نمرات آمار دو گروه علوم تربیتی و روان‌شناسی ذکر شده است، میانگین دو گروه علوم تربیتی و روان‌شناسی را محاسبه و تعیین کنید.

روان‌شناسی		علوم تربیتی	
۱۰	۱۹	۱۵	۱۷
۱۲	۱۶/۲۵	۱۴	۱۹
۱۵	۱۴	۱۲	۱۶/۲۵
۱۶/۲۵	۲۰	۱۵	۱۰
۱۷	۲۰	۱۷	۱۲
۱۷	۱۲/۵	۱۸	۱۲/۵
۱۰	۱۴	۱۹	۱۷
۱۶	۱۲	۱۶	۱۸
۱۴	۱۹	۱۶/۲۵	۱۹
۲۰	۱۰	۲۰	۹

۵. ارتباط بین شاخص‌های مرکزی در توزیع‌های نامتقارن زیر بیان کنید.





۶. ویژگی‌های شاخص‌های مرکزی را بیان کنید.